

Fundamentos

Marco A L Barbosa

malbarbo.pro.br

Departamento de Informática

Universidade Estadual de Maringá



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-Compartilhual 4.0 Internacional.

<http://github.com/malbarbo/na-progfun>

Introdução

O paradigma de programação funcional é baseado na definição e aplicação de funções

- As funções são escritas em termos de expressões
- Todas expressões produzem um resultado quando são avaliadas

Mas o que são expressões e como o interpretador as avalia?

Uma expressão consiste de

- Um literal; ou
- Uma função primitiva

Números Exatos

- Inteiros `1345`
- Racionais `1/3`
- Complexos com as partes real e imaginária exatas

Números Inexatos

- Ponto flutuante `2.65`
- Complexos com parte real ou imaginária inexata

Booleano

- `#t` verdadeiro
- `#f` falso

Strings

- `"Seu nome"`

Muitos outros tipos

Aritméticas: +, -, *, /

Relacionais: >, >=, <, <=, =

Strings: **string-length**, **string-append**, **number->string**, **string->number**

Muitas outras...

Uma expressão consiste de

- Um literal; ou
- Uma função primitiva

Como uma expressão é avaliada?

- Literal → valor que o literal representa
- Função primitiva → sequência de instruções de máquina associada com a função

Como a regra de avaliação de uma expressão está ligada com a definição de expressão?

Uma expressão é definida em termos de dois casos e por isso a regra de avaliação de expressões também é definida por dois casos.

Exemplo de avaliação de expressões

```
> #t
```

```
#t
```

```
> 231
```

```
231
```

```
> "Banana "
```

```
"Banana "
```

```
> +
```

```
#<procedure: +>
```

A definição de expressão que acabamos de ver parece bastante limitada, o que está faltando?

Uma forma de combinar expressões para formar novas expressões!

Combinações

Uma expressão que é avaliada para uma função pode ser combinada com outras expressões para formar uma expressão que representa a aplicação da função a estas expressões. Ah? Ok, vamos ver alguns exemplos

```
> (+ 12 56)
```

```
68
```

```
> (* 4 20)
```

```
80
```

```
> (> 4 5)
```

```
#f
```

```
> (string-append "Apenas " "um " "teste")
```

```
"Apenas um teste"
```

Uma **combinação** consiste de uma lista de expressões entre parênteses

- A expressão mais a esquerda é o **operador**
- As outras expressões são os **operandos**

Qual o valor de uma combinação?

O resultado da aplicação da função especificada pelo operador aos valores dos operandos (argumentos).

Que tipo de notação é essa, parece estranha!

A convenção de colocar o operador a esquerda dos operandos é chamada de **notação prefixa**.

Quais as vantagens e desvantagens da notação prefixa?

Operadores aritméticos são tratados como as outras funções e podem receber um número variado de argumentos

```
> (* 2 8 10 1)
```

```
160
```

Vantagens da notação prefixa

Combinações podem ser aninhadas facilmente, sem preocupações com prioridades das operações

```
> (+ (* 3 5) (- 10 6) 5)
```

24

```
> (+ (* 3  
      (+ (* 2 4)  
          (+ 3 5))))  
    (+ (- 10 7)  
        6))
```

57

Diferente da forma que aprendemos...

Pode requerer muitos parênteses.

Vamos atualizar a definição de expressão para incluir as combinações.

Uma expressão consiste de

- Um literal; ou
- Uma função primitiva; ou
- Uma combinação (lista de **expressões** entre parênteses)

Como uma expressão é avaliada?

- Literal → valor que o literal representa
- Função primitiva → sequência de instruções de máquina associada com a função
- Combinação
 - **Avalie cada expressão** da combinação, isto é, reduza cada expressão para um valor
→ Resultado da aplicação da função aos argumentos

Algumas observações interessantes

- Uma expressão é definida por três casos e a regra de avaliação também tem três casos.
- Quando uma expressão é uma combinação, ela contém outras expressões. Quando uma definição refere-se a si mesmo, dizemos que ela é uma definição com **autorreferência**. O uso de autorreferência permite que expressões de tamanhos arbitrários sejam criadas.
- O processo de avaliação para uma expressão que é uma combinação requer a chamada do processo de avaliação para suas expressões. Quando um processo é definido em termos de si mesmo, dizemos que ele é **recursivo**. O uso de recursividade permite que expressões de tamanho arbitrário sejam avaliadas.
- Uma autorreferência em uma definição implicada (geralmente) em uma recursão para processar os elementos que seguem a definição.

Estamos usando os conceitos de autorreferência e recursividade para entender o funcionamento da linguagem Racket (a estrutura das linguagens de programação são recursivas), mas iremos ver que estes conceitos são fundamentais também para criar programas no paradigma funcional.

Avaliação de expressões

$(+ (* 3 (+ (* 2 4) (+ 3 5))) (+ (- 10 7) 6))$; $(* 2 4) \rightarrow 8$
 $(+ (* 3 (+ 8 (+ 3 5))) (+ (- 10 7) 6))$; $(+ 3 5) \rightarrow 8$
 $(+ (* 3 (+ 8 8)) (+ (- 10 7) 6))$; $(+ 8 8) \rightarrow 16$
 $(+ (* 3 16) (+ (- 10 7) 6))$; $(* 3 16) \rightarrow 48$
 $(+ 48 (+ (- 10 7) 6))$; $(- 10 7) \rightarrow 3$
 $(+ 48 (+ 3 6))$; $(+ 3 6) \rightarrow 9$
 $(+ 48 9)$; $(+48 9) \rightarrow 57$

57

Vimos anteriormente que o paradigma de programação funcional é baseado na definição e aplicações de funções.

Como funções são definidas em termos de expressões, nós vimos primeiramente o que são expressões.

Agora vamos ver o que são definições e como fazer definições de novas funções.

Definições

Qual o propósito das definições?

Definições servem para dar nome a objetos computacionais, sejam dados ou funções.

- É a forma de abstração mais elementar

Em Racket, as definições são feitas com o `define`

```
(define x 10)  
(define y (+ x 24))
```

```
> y
```

```
34
```

Como o Racket interpreta um definição?

Quando o interpretador encontra uma construção do tipo

```
(define <nome> <exp>)
```

ele associa <nome> ao valor obtido pela avaliação de <exp> (a memória que armazena as associações entre nomes e objetos é chamada de **ambiente**).

Note que uma definição não é uma combinação (expressão) e por isso o procedimento para avaliação de expressão não serve para definições.

- `(define x 10)` não significa aplicar a função `define` a dois argumentos
- O propósito do `define` é associar o valor `10` ao nome `x`
- Ou seja, `(define x 10)` não é uma combinação (expressão)

Dessa forma, os programas em Racket são compostos de duas construções: expressões e definições.

De forma mais precisa, um programa em Racket é formado por uma sequência de definições e expressões.

Como vimos na definição (`define y (+ x 24)`), nomes podem aparecer em expressões, então precisamos atualizar a nossa definição de expressão. Mas antes, vamos ver como definir novas funções.

A sintaxe geral para definição de novas funções (**funções compostas**) é

```
(define (<nome> <parametro>...) <exp>)
```

Definição de função

```
(define (quadrado x)
  (* x x))
(define (soma-quadrados a b)
  (+ (quadrado a) (quadrado b)))
```

```
> (quadrado 5)
```

```
25
```

```
> (quadrado (+ 2 6))
```

```
64
```

```
> (soma-quadrados (+ 2 2) 3)
```

```
25
```

Observe que as funções compostas (definidas pelo usuário) são usadas da mesma forma que as funções pré-definidas.

Agora precisamos estender a definição de expressões para incluir nomes e alterar a regra de avaliação de expressões para considerar a aplicação de funções compostas.

Modelo de substituição

Uma expressão consiste de

- Um literal; ou
- Uma função primitiva; ou
- Um nome; ou
- Uma combinação

Avaliação

- Literal → valor que o literal representa
- Função primitiva → sequência de instruções de máquina associada com a função
- Nome → valor associado com o nome no ambiente
- Combinação
 - **Avalie** cada expressão da combinação
 - Se o operador é uma função composta, **avalie** o corpo da função composta **substituindo** cada ocorrência do parâmetro formal pelo argumento correspondente
 - Senão, aplique a função primitiva aos argumentos

Essa forma de calcular o resultado da aplicação de funções compostas é chamada de **modelo de substituição**.

Modelo de substituição

```
(define (quadrado x) (* x x))
(define (soma-quadrados a b) (+ (quadrado a) (quadrado b)))
(define (f a) (soma-quadrados (+ a 1) (* a 2)))

(f 5)                                ; Substitui (f 5) pelo corpo de f com
                                     ; as ocorrências do parâmetro a
                                     ; substituídas pelo argumento 5

(soma-quadrados (+ 5 1) (* 5 2)); Reduz (+ 5 1) para o valor 6
(soma-quadrados 6 (* 5 2))      ; Reduz (* 5 2) para o valor 10
(soma-quadrados 6 10)          ; Subs (soma-quadrados 6 10) pelo corpo ...
(+ (quadrado 6) (quadrado 10)) ; Subs (quadrado 6) pelo corpo ...
(+ (* 6 6) (quadrado 10))      ; Reduz (* 6 6) para 36
(+ 36 (quadrado 10))           ; Subs (quadrado 10) pelo corpo ...
(+ 36 (* 10 10))               ; Reduz (* 10 10) para 100
(+ 36 100)                     ; Reduz (+ 36 100) para 136
```

```
; #lang racket
```

```
(define (quadrado x)  
  (* x x))
```

```
(define (soma-quadrados a b)  
  (+ (quadrado a) (quadrado b)))
```

```
(define (f a)  
  (soma-quadrados (+ a 1) (* a 2)))
```

```
(f 5)
```

Modelo de substituição

Ao invés de avaliar os operandos e depois fazer a substituição, existe um outro modo de avaliação que primeiro faz a substituição e apenas avalia os operandos quando (e se) eles forem necessários.

```
(f 5)
(soma-quadrados (+ 5 1) (* 5 2))
(+ (quadrado (+ 5 1)) (quadrado (* 5 2)))
(+ (* (+ 5 1) (+ 5 1)) (* (* 5 2) (* 5 2)))
(+ (* 6 (+ 5 1)) (* (* 5 2) (* 5 2)))
(+ (* 6 6) (* (* 5 2) (* 5 2)))
(+ 36 (* (* 5 2) (* 5 2)))
(+ 36 (* 10 (* 5 2)))
(+ 36 (* 10 10))
(+ 36 100)
136
```

Observe que a resposta obtida foi a mesma do método anterior.

Este método de avaliação alternativo de primeiro substituir e depois reduzir, é chamado de **avaliação em ordem normal** (que é um tipo de avaliação preguiçosa).

O método de avaliação que primeiro avalia os argumentos e depois aplica a função é chamado de **avaliação em ordem aplicativa**.

O Racket usa por padrão a avaliação em ordem aplicativa.

O Haskell usa avaliação em ordem normal.

1. O seu amigo Alan está planejando uma viagem pro final do ano com a família e está considerando diversos destinos. Uma das coisas que ele está levando em consideração é o custo da viagem, que inclui, entre outras coisas, hospedagem, combustível e o pedágio. Para o cálculo do combustível ele pediu a sua ajuda, ele disse que sabe a distância que vai percorrer, o preço do litro do combustível e o rendimento do carro (quantos quilômetros o carro anda com um litro de combustível), mas que é muito chato ficar fazer o cálculo manualmente, então ele quer que você faça um programa para calcular o gasto de combustível em uma viagem.

2. Depois que você fez o programa para o Alan, a Márcia, amiga em comum de vocês, soube que você está oferecendo serviços desse tipo e também quer a sua ajuda. O problema da Márcia é que ela sempre tem que fazer a conta manualmente para saber se deve abastecer o carro com álcool ou gasolina. A conta que ela faz é verificar se o preço do álcool é até 70% do preço da gasolina, se sim, ela abastece o carro com álcool, senão ela abastece o carro com gasolina. Você pode ajudar a Márcia também?

Solução exercício 1

```
(define (custo-combustivel distancia preco-do-litro rendimento)
  (* (/ distancia rendimento) preco-do-litro))
```

Solução exercício 2

É possível resolver este problema usando as coisas que vimos até aqui? Não!

O que está faltando? Algum tipo de expressão condicional.

Depois voltamos nesse problema!

Condicional

Utilizamos a construção **if** para especificar expressões condicionais. Sua forma geral é

```
(if <predicado> <consequente> <alternativa>)
```

Exemplos

```
> (if (> 4 2) 10 7)
```

```
10
```

```
> (if (= 10 12) 10 7)
```

```
7
```

Qual a diferente do **if** do Racket em relação ao das outras linguagens?

O **if** do Racket é uma expressão, ele produz um valor como resultado. Na maioria das outras linguagens o **if** é uma sentença, ele não produz um resultado mas gera uma mudança no estado do programa.

O **if** é uma função? Não.

Se o **if** fosse uma função ele seria avaliado usando a regra de avaliação de funções, que diz que todas as expressões dos argumentos da função devem ser avaliados antes da aplicação na função. O **if** avalia o consequente ou a alternativa, dependendo da condição, mas não os dois.

O **if** é uma **forma especial** e tem uma regra de avaliação específica. (O Racket possui poucas formas especiais, isto significa que é possível aprender a sintaxe da linguagem rapidamente.)

Expressões `if` são avaliadas da seguinte maneira:

- Se o predicado não é um valor, avalie o predicado e o substitua pelo seu valor
- Se o predicado é `#t`, substitua toda a expressão `if` pelo conseqüente e avalie o conseqüente
- Se o predicado é `#f`, substitua toda a expressão `if` pela alternativa e avalie a alternativa

Vamos escrever uma função para calcular o valor absoluto de um número, isto é

$$\text{abs}(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e ver o processo de avaliação dessa função.


```
(define (abs x)
  (if (>= x 0)
      x
      (- x)))
```

(abs -4) ; Substitui (abs -4) pelo corpo ...

(if (>= -4 0) ; Como o predicado não é um valor,
-4 ; a expressão (>= -4 0) é avaliada e
(- -4)) ; substituída pelo seu valor

(if #f ; Como o predicado é #f, a expressão if
-4 ; é substituída pela alternativa
(- -4)) ;

(- -4) ; Reduz (- -4) para 4 - não mostrado...

Vamos atualizar a nossa definição de expressão pra incluir formas especiais.

Uma expressão consiste de

- Um literal; ou
- Uma função primitiva; ou
- Um nome; ou
- Uma forma especial; ou
- Uma combinação

Avaliação

- Literal → valor que o literal representa
- Função primitiva → sequência de instruções de máquina associada com a função
- Nome → valor associado com o nome no ambiente
- Forma especial → avalie a forma especial usando a regra de avaliação específica
- Combinação
 - **Avalie** cada expressão da combinação
 - Se o operador é uma função composta, **avalie** o corpo da função composta **substituindo** cada ocorrência do parâmetro formal pelo argumento correspondente
 - Senão, aplique a função primitiva aos argumentos

A forma especial `cond` pode ser usada quando existem vários (pelo menos um) casos

```
(define (abs x)
  (cond
    [(>= x 0) x]
    [(< x 0) (- x)]))
```

Como as duas condições são mutuamente excludentes, podemos usar o **else**

```
(define (abs x)
  (cond
    [(>= x 0) x]
    [else (- x)]))
```

A forma geral do `cond` é

```
(cond  
  [<p1> <e1>]  
  [<p2> <e2>]  
  [<p3> <e3>]  
  ...  
  [else <en>])
```

Cada par [`<p>` `<e>`] é chamado de **cláusula** (parênteses e colchetes são equivalentes em Racket).

A primeira expressão de uma cláusula é chamada de **predicado** (expressão cujo o valor é interpretado como verdadeiro ou falso).

A segunda expressão de uma cláusula é chamada de **consequente**.

Expressões **cond** são avaliadas da seguinte maneira:

- Se o primeiro predicado não é um valor, avalie o predicado e o substitua pelo seu valor. Ou seja, substitua todo o **cond** por um novo **cond** onde o primeiro predicado foi substituído pelo seu valor
- Se o primeiro predicado é **#t** ou **else**, substitua a expressão **cond** inteira pelo primeiro consequente e avalie o consequente
- Se o primeiro predicado é **#f**, remova a primeira cláusula. Isto é, substitua o **cond** por um novo **cond** sem a primeira cláusula
- Se não tem mais cláusula, sinalize um erro

```
(define (abs x)
  (cond
    [(>= x 0) x]
    [else (- x)]))
```

(abs -4) ; Substitui (abs -4) pelo corpo ...

```
(cond ; Como o primeiro predicado não é um valor,
  [(>= -4 0) -4] ; a expressão (>= -4 0) é avaliada
  [else (- -4)]) ; e substituída pelo seu valor
```

```
(cond ; Como o primeiro predicado é falso, a primeira
  [#f -4] ; cláusula é removida
  [else (- -4)]) ;
```

```
(cond ; Como o primeiro predicado é else,
  [else (- -4)]) ; o cond é substituído pelo primeiro consequente
```

(- -4) ; Reduz (- -4) para 4

Exercício

Defina as funções `e-logico` e `ou-logico` de tal forma que para os argumentos `x` e `y`:

`(e-logico x y) → x ∧ y`

`(ou-logico x y) → x ∨ y`

```
(define (e-logico x y)
```

```
  (if x
      y
      #f))
```

```
(define (ou-logico x y)
```

```
  (if x
      #t
      y))
```

Operadores lógicos

Predicados podem ser compostos usando as formas especiais **and** e **or** e a função **not**

A função (**not** <e>) produz **#t** quando <e> for avaliado para um valor falso, e **#f** caso contrário

```
> (not (> 5 2))
```

```
#f
```

```
> (not (< 5 2))
```

```
#t
```

A forma geral do **and** é:

```
(and <e1> ... <en>)
```

Expressões **and** são avaliadas da seguinte maneira

- Se não existem expressões, produza **#t**
- Se a primeira expressão não é um valor, avalie a primeira expressão e a substitua pelo seu valor
- Se a primeira expressão é **#f**, produza **#f**
- Se a primeira expressão é **#t**, substitua a expressão **and** por uma nova expressão **and** sem a primeira expressão
- **Observação:** o passo a passo do Racket é um pouco diferente (não elimina os valores **#t**)

and

```
(and (> 4 2) #t (= 3 3)) ; A primeira expressão não é um valor,  
                          ; logo ela é avaliada e substituída pelo  
                          ; seu valor
```

```
(and #t #t (= 3 3))      ; A primeira expressão é #t, então  
                          ; ela é removida do and
```

```
(and #t (= 3 3))        ; A primeira expressão é #t, então  
                          ; ela é removida do and
```

```
(and (= 3 3))           ; Reduz (= 3 3) para #t
```

```
(and #t)                 ; A primeira expressão é #t, então  
                          ; ela é removida do and
```

```
(and )                   ; Não tem mais expressões, produz #t
```

```
#t
```

A forma geral do **or** é:

(**or** <e1> ... <en>)

Expressões **or** são avaliadas da seguinte maneira

- Se não existem expressões, produza **#f**
- Se a primeira expressão não é um valor, avalie a primeira expressão e a substitua pelo seu valor
- Se a primeira expressão é **#t**, produza **#t**
- Se a primeira expressão é **#f**, substitua a expressão **or** por uma nova expressão **or** sem a primeira expressão

Observação: o passo a passo do Racket é um pouco diferente (não elimina os valores **#f**)

```
(or (< 4 2) #t (= 3 3)) ; A primeira expressão não é um valor,  
                        ; logo ela é avaliada e substituída pelo  
                        ; seu valor
```

```
(or #f #t (= 3 3))      ; A primeira expressão é #f, então  
                        ; ela é removida do or
```

```
(or #t (= 3 3))        ; A primeira expressão é #t; produz #t
```

```
#t
```

Operadores de equivalência

Os operadores de equivalência são utilizados para verificar a relação de equivalência entre expressões.

- Não devem ser confundidos com o comparador `=`, utilizado apenas para valores numéricos
- Os principais operadores de equivalência são o **`eq?`**, **`eqv?`** e **`equal?`**

Operador eq?

A função (`eq? v1 v2`) produz `#t` se `v1` e `v2` referenciam o mesmo objeto, `#f` caso contrário. `eq?` é avaliada rapidamente pois compara apenas as referências. Entretanto, o `eq?` pode não ser adequado, pois a geração dos objetos pode não ser clara

```
> (eq? 2 2)
#t
> (eq? (+ 3 5) (+ 5 3))
#t
> (eq? 2 2.0)
#f
> (eq? (expt 2 100) (expt 2 100))
#f
> (eq? (integer->char 955) (integer->char 955))
#f
```

Observe que nos três últimos exemplos, objetos distintos foram criados para expressões avaliadas para um mesmo valor.

Dois valores são **eqv?** sse eles são **eq?**, exceto para números e caracteres.

Dois números são **eqv?** se eles são precisamente iguais

```
> (eqv? (expt 2 100) (expt 2 100))
```

```
#t
```

```
> (eqv? 2 2.0)
```

```
#f
```

Dois caracteres são **eqv?** quando seus resultados de **char->integer** forem iguais

```
> (eqv? (integer->char 955) (integer->char 955))
```

```
#t
```

```
> (eqv? #\a #\z)
```

```
#f
```

Dois pares iguais não são **eqv?** entre si (recai ao **eq?**)

```
> (eqv? (cons 1 2) (cons 1 2))
```

```
#f
```


Operador equal?

Dois valores são **equal?** sse eles são **eqv?**, a menos que especificado de outra forma para um tipo de dado particular.

Duas strings são **equal?** quando elas possuem o mesmo tamanho e contêm a mesma sequência de caracteres

```
> (equal? "banana" "banana")
```

```
#t
```

```
> (equal? "banana" "abacaxi")
```

```
#f
```

Para estruturas que podem ser compostas, como pares, vetores e etc, o operador **equal?** checa a equivalência recursivamente

```
> (equal? (list 3 (list 4 2) 5) (list 3 (list 4 2) 5))
```

```
#t
```

```
> (equal? (list 3 2.0 1) (list 3 2 1))
```

```
#f
```

Referências

Básicas

- [Introdução rápida ao Racket](#)
- Capítulos 1 e 2 (2.1 e 2.2) do [Guia Racket](#)
- Seção 1.1 do livro [SICP](#)

Complementares

- Capítulos 1 e 2 do livro [TSLP4](#)