

Motivação

Marco A L Barbosa
malbarbo.pro.br

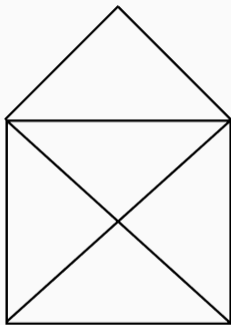
Departamento de Informática
Universidade Estadual de Maringá



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

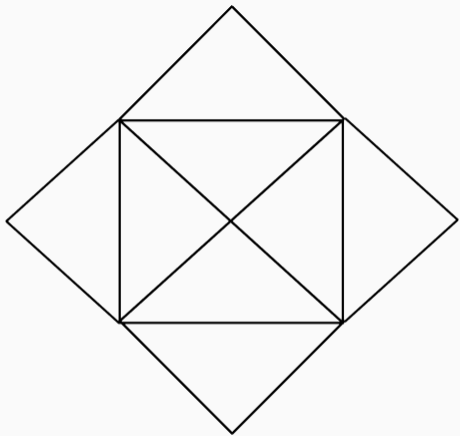
<http://github.com/malbarbo/na-grafos>

É possível desenhar esta figura sem tirar o lápis do papel e sem passar sobre uma linha duas vezes?



Sim!

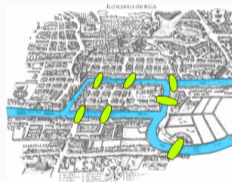
E esta?



Não!

O problema das Sete pontes de Königsberg

A cidade de Königsberg era cortada por um rio que continha duas ilhas e existiam 7 pontes que ligavam as ilhas e as margens do rios.

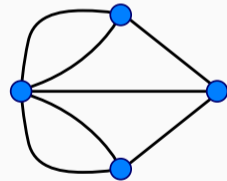
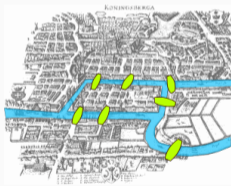


Os moradores locais da época ficavam se perguntado se era possível fazer um caminho que cruzasse cada uma das 7 pontes uma única vez. O que você acha?

O problema das Sete pontes de Königsberg

Em 1736 Leonhard Euler resolveu o problema mostrando que não existia tal caminho.

Ele modelou o problema em termos abstratos



Euler observou que toda vez que alguém atinge uma porção de terra por uma ponte, deve deixar a porção de terra também por uma ponte.

Para que cada ponte fosse cruzada apenas uma vez, todas as porções de terra, exceto talvez a inicial e a final, deveriam ter um número par de pontes ligadas a ela.

Mas todas as porções de terra do problema tem um número ímpar de pontes, portanto, não é possível fazer o caminho.

Surgiu então a Teoria dos Grafos.



Paul Erdős foi um famoso matemático Húngaro.

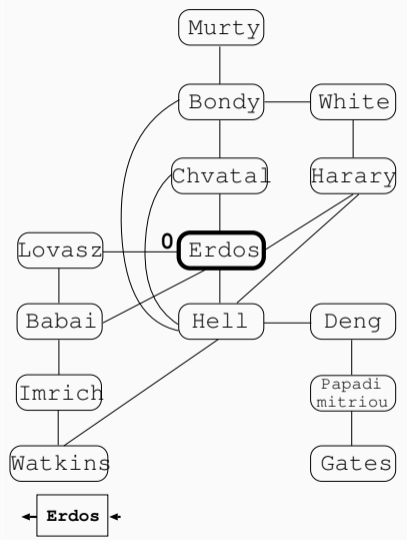
Trabalhou com centenas de colaboradores.

Publicou mais de 1500 artigos.

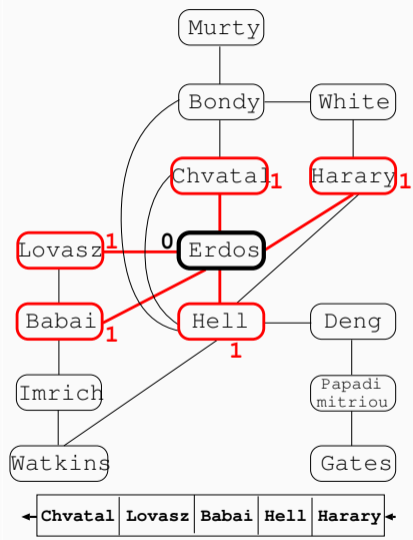
Número de Erdős é um divertido tributo criado pelos seus amigos

- Paul Erdős tem número de Erdős 0
- Os colaboradores diretos dele tem número de Erdős 1
- Os colaboradores destes tem número de Erdős 2
- Assim sucessivamente

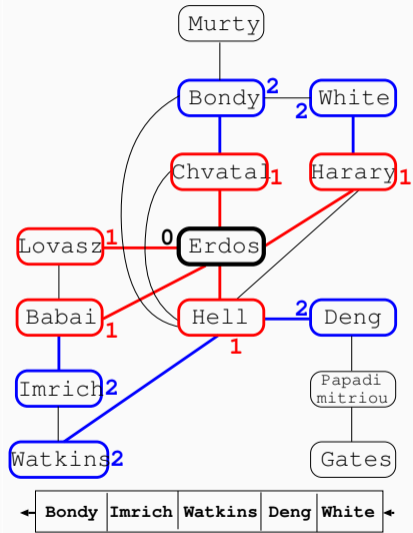
Projete um algoritmo que determine o número de Erdős de cada pessoa em um conjunto de colaborações.

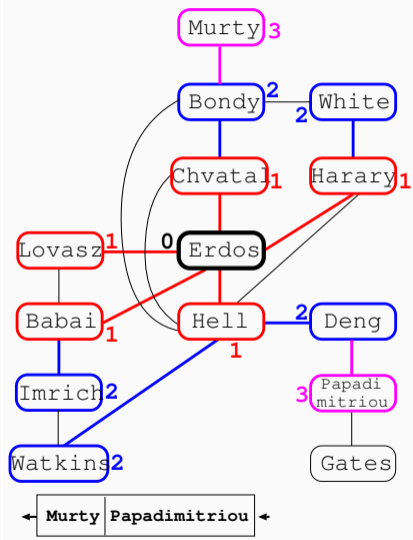


Número de Erdős

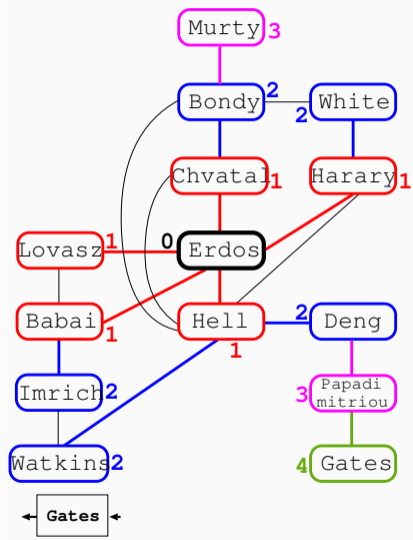


Número de Erdős





Número de Erdős



Algoritmo

- Atribua o número 0 ao Erdős
- $d \leftarrow 0$
- Repita até que todos as pessoas tenham um número ou $d = m$, onde m é o número de relações
 - Para cada relação (Pessoa1, Pessoa2)
 - Se Pessoa1 tem número d e Pessoa2 não tem número, então atribua o número $d + 1$ a Pessoa2
 - Senão se Pessoa2 tem número d e Pessoa1 não tem número, então atribua $d + 1$ a Pessoa1
 - $d \leftarrow d + 1$

Veja a implementação deste algoritmo em C e em Python na página da disciplina.

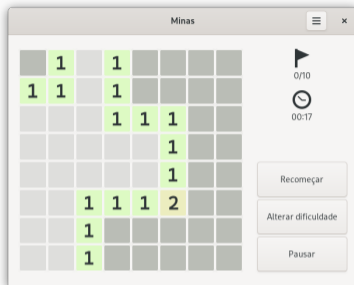
O algoritmo que construímos não é eficiente, ele analise a lista de relações diversas vezes...

Podemos melhorar? Sim! Para isso vamos modelar o problema com um grafo:

- Cada autor é representado por um vértice.
- Cada colaboração entre dois autores é representada por uma aresta ligando os vértices que representam os autores;

Quando olhamos para um grafo construído dessa forma, o queremos encontrar que corresponde ao Número de Erdős? A distância mínima do vértice que representa o Erdős para todos os outros vértices.

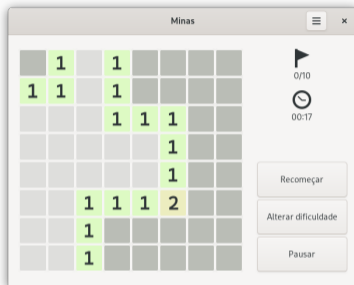
Veremos em breve um algoritmo mais eficiente para resolver esse problema e também uma generalização para calcular distâncias mínimas com pesos, que pode ser aplicado por exemplo, para calcular rotas entre cidade.



Como abrir as casas corretas após um clique do jogador?

O problema pode ser modelado por um grafo:

- Cada casa é representada por um vértice;
- Se duas casas são vizinhas, então os vértices correspondentes são ligados por uma aresta.



Qual o problema que queremos resolver?

A partir de um vértice inicial s , encontrar todos os vértices v tal que existe um caminho de s para v que passe apenas por vértices que representem casas sem bombas ao redor.

Algoritmo

- Se a casa selecionada está fechada, abra a casa, senão pare
- Se a casa selecionada não tem bombas ao redor, abra todas as casas vizinhas recursivamente

Veja a implementação desse algoritmo em Python na página da disciplina.

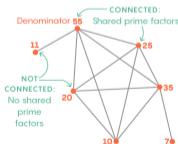
Aproximação de números irracionais por frações.

Em julho de 2019, Dimitris Koukoulopoulos e James Maynard provaram que a conjectura é verdadeira usando modelagem por grafos

The Overlap Graph

When the available denominators have many prime factors in common, there will likely be a lot of overlap between the numbers each denominator approximates. Graphs help quantify the level of overlap.

The graph connects denominators that share many prime factors. Analyzing the resulting patterns in the graph allowed mathematicians to prove that even when the denominators have many prime factors in common, the Duffin–Schaeffer conjecture still holds.



The graph is a visual aid, it's a very beautiful language in which to think about the problem.

Koukoulopoulos

Muitos problemas em diversas áreas podem ser modelados e resolvidos como problemas em grafos!

- Transportes
- Escalonamento
- Compiladores
- Ciências sociais
- Biologia
- Física e Química
- Linguística
- Etc

Vamos estudar algoritmos em grafos?

Wikipedia - Seven Bridges of Königsberg

New Proof Settles How to Approximate Numbers Like Pi

Collaboration Distance