

Motivação

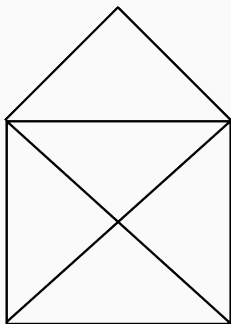
Marco A L Barbosa
malbarbo.pro.br

Departamento de Informática
Universidade Estadual de Maringá



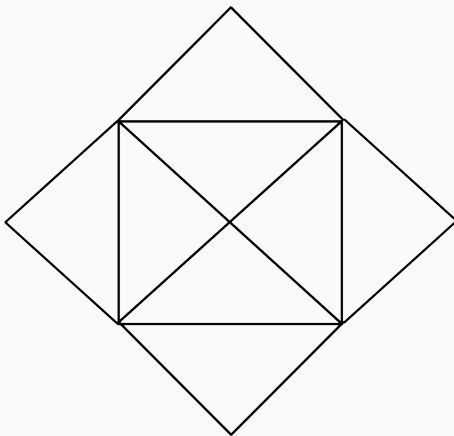
Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.
<http://github.com/malbarbo/na-grafos>

É possível desenhar esta figura sem tirar o lápis do papel e sem passar sobre uma linha duas vezes?



Sim!

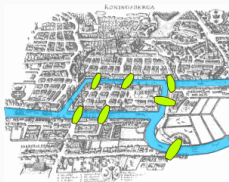
E esta?



Não!

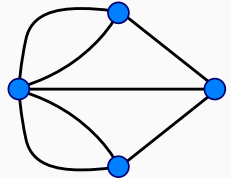
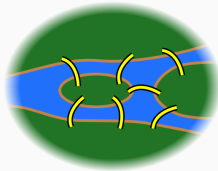
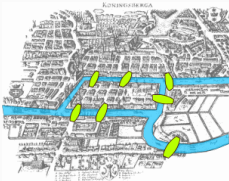
O problema das Sete pontes de Königsberg

- A cidade de Königsberg era cortada por um rio que continha duas ilhas
- Existiam 7 pontes que ligavam as ilhas e as margens do rios
- Existia um caminho que cruzasse cada uma das 7 pontes uma única vez?



O problema das Sete pontes de Königsberg

- Em 1736 Leonhard Euler resolveu o problema mostrando que não existia tal caminho
- Ele modelou o problema em termos abstratos



O problema das Sete pontes de Königsberg

- Euler observou que toda vez que alguém atinge uma porção de terra por uma ponte, deve deixar a porção de terra também por uma ponte
- Para que cada ponte fosse cruzada apenas uma vez, todas as porções de terra, exceto talvez a inicial e a final, deveriam ter um número par de pontes ligadas a ela
- Mas todas as porções de terra do problema tem um número ímpar de pontes, portanto, não é possível fazer o caminho

- Surgiu então a Teoria dos Grafos

- Ideia de que todas as pessoas do mundo estão separadas por até 6 ligações sociais
- Jogo “Seis graus de Kevin Bacon”

Número de Erdős



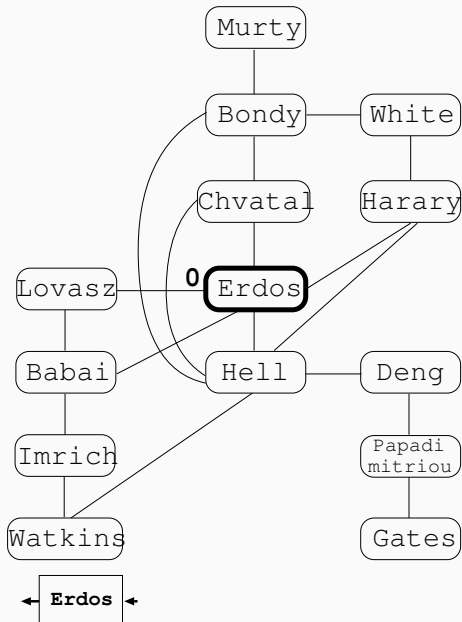
- Paul Erdős foi um famoso matemático Húngaro
- Trabalhou com centenas de colaboradores
- Publicou mais de 1500 artigos

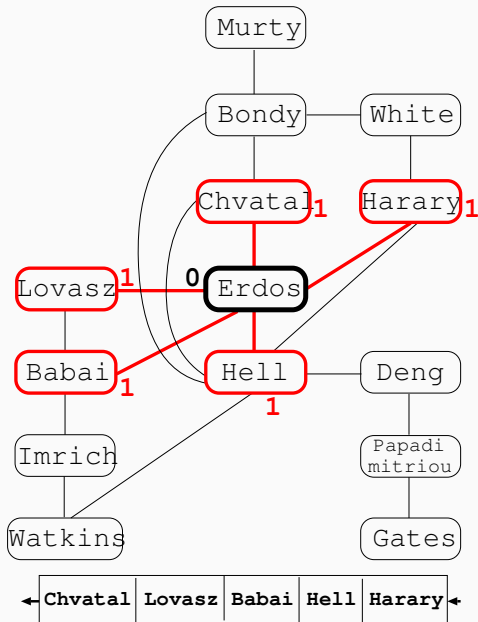
- Número de Erdős é um divertido tributo criado pelos amigos
- Paul Erdős tem número de Erdős 0
- Os colaboradores diretos dele tem número de Erdős 1
- Os colaboradores destes tem número de Erdős 2
- Assim sucessivamente

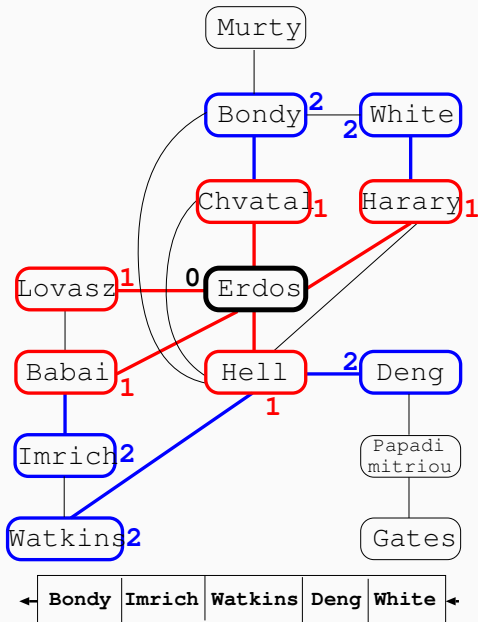
Dado uma lista de pessoas e as relações de colaboração entre elas, qual é o número de Erdős de cada pessoa na lista?

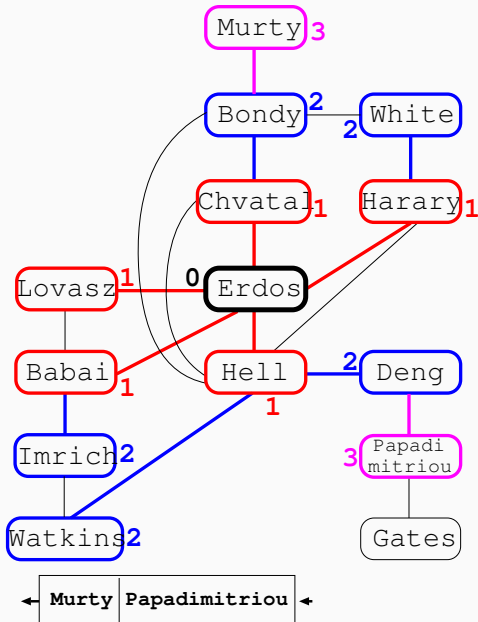
Algoritmo

- Atribua o número 0 ao Erdős
- $d \leftarrow 0$
- Repita até que todos as pessoas tenham um número ou $d = m$, onde m é o número de relações
 - Para cada relação (Pessoa1, Pessoa2)
 - Se Pessoa1 tem número d e Pessoa2 não tem número, então atribua o número $d + 1$ a Pessoa2
 - Senão se Pessoa2 tem número d e Pessoa1 não tem número, então atribua $d + 1$ a Pessoa1
 - $d \leftarrow d + 1$

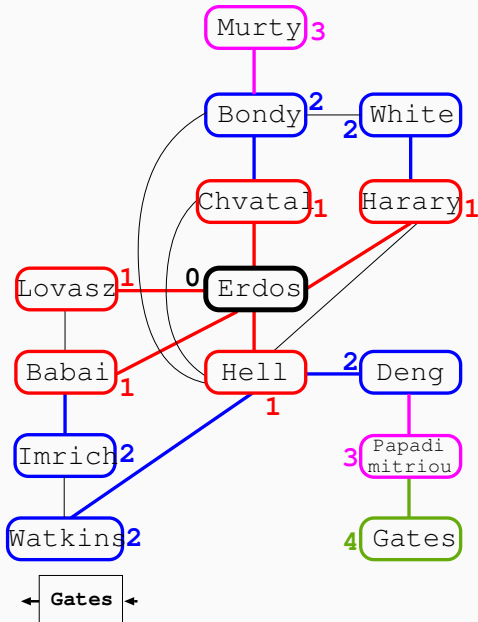








Número de Erdős



- Veja uma implementação deste algoritmo em C e outra em Python na página da disciplina

- Veremos um algoritmo mais eficiente para encontrar o Número de Erdős
- Também vamos estudar uma generalização para calcular distância em grafos, que pode ser aplicado por exemplo, para calcular rotas entre cidades

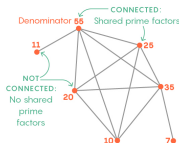
Conjectura Duffin–Schaeffer

- Aproximação de números irracionais por frações
- Em julho de 2019, Dimitris Koukoulopoulos e James Maynard provaram que a conjectura é verdadeira usando modelagem por grafos

The Overlap Graph

When the available denominators have many prime factors in common, there will likely be a lot of overlap between the numbers each denominator approximates. Graphs help quantify the level of overlap.

The graph connects denominators that share many prime factors. Analyzing the resulting patterns in the graph allowed mathematicians to prove that even when the denominators have many prime factors in common, the Duffin–Schaeffer conjecture still holds.



The graph is a visual aid, it's a very beautiful language in which to think about the problem.

Koukoulopoulos

Muitos problemas em diversas áreas podem ser modelados e resolvidos como problemas em grafos!

- Transportes
- Escalonamento
- Compiladores
- Ciências sociais
- Biologia
- Física e Química
- Linguística
- Etc

Vamos estudar algoritmos em grafos?

- Wikipedia - Seven Bridges of Königsberg
- New Proof Settles How to Approximate Numbers Like Pi
- Collaboration Distance