

Sistemas de numeração

Marco A L Barbosa

malbarbo.pro.br

Departamento de Informática

Universidade Estadual de Maringá

Introdução

Sistemas de numeração posicional

Conversão de base

Unidades de medidas de informação

Atividades

Referências

Introdução

Em um universo virtual existe um planeta semelhante ao nosso. Os seres inteligentes desse planeta são os *humenos*. Os seres *humenos* são humanoides que utilizam os mesmos algarismos que nós e o sistema de numeração deles foi criado baseado nos mesmos princípios que o nosso sistema decimal. Uma caixa fechada no mundo dos *humenos* indica a quantidade de bombons dentro dela com a inscrição 25. Na contagem decimal dos humanos existem 19 bombons na caixa. Quantos dedos nas mãos têm os *humenos*?

Vamos pensar de maneira simples o que o número 19 significa para nós humanos. Como usamos as mãos para contar, e a quantidade de dedos nelas é limitada, nós criamos uma forma de contar além da quantidade dos dedos das mãos. Neste contexto, 19 significa que contamos uma vez todos os dedos das mãos (10) e mais nove unidades (9 dedos). Podemos interpretar outros números desta forma também. Por exemplo, 42 significa que contamos todos os dedos das mãos quatro vezes e mais duas unidades ($4 \times 10 + 2 = 42$).

Se pensarmos que os seres *humanos* usam um sistema como o nosso, podemos descobrir quantos dedos eles têm usando as informações do problema. O valor 25 para os *humanos* significa que eles contaram os dedos das mãos 2 vezes e mais 5 unidades. Então, considerando que eles usam os mesmos algarismos que nós, e que portando o 2 e o 5 isolados representam a mesma quantidade para eles e nós, podemos concluir que

$$2 \times (\text{quantidade de dedos das mãos}) + 5 = 19.$$

Ou seja, os *humanos* têm 7 dedos nas mãos.

- Notação para representar números de um dado conjunto de forma consistente
- Exemplos
 - Sistema de numeração Romano
 - Sistema de numeração unário (cada número natural é representado pelo número de símbolos correspondente)
 - Sistema de numeração Hindu-Arábico (nosso sistema decimal)

Sistemas de numeração posicional

- O nosso sistema decimal utiliza notação posicional
 - O valor de cada dígito (algarismo) é determinado pela sua posição
 - O valor do número representado é a soma do valor atribuído a cada dígito do número

- Por exemplo, cada dígito do número 6737 tem um valor que depende da sua posição

$$\begin{array}{cccc} 6737 & \rightarrow & 6 & 7 & 3 & 7 \\ & & \times & \times & \times & \times \\ & & 10^3 & 10^2 & 10^1 & 10^0 \\ & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6737 & = & 6000 & + & 700 & + & 30 & + & 7 \end{array}$$

Base de um sistema de numeração

- No sistema decimal são utilizados 10 dígitos distintos para representar os números
- Podemos utilizar outra quantidade qualquer (diferente de zero) para definir outros sistemas
- A quantidade de dígitos distintos utilizados em um sistema de numeração posicional é chamada de *base*
- O valor de um número representado na base b pela sequência de dígitos $d_m d_{m-1} \dots d_1 d_0$ é

$$d_m \times b^m + d_{m-1} \times b^{m-1} + \dots + d_1 \times b^1 + d_0 \times b^0$$

- Na computação é comum o uso de outras bases:
 - Binária (base 2)
 - 0, 1
 - Octal (base 8)
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - Usado para “abreviar” número binários (três dígitos binários correspondem a um dígito octal)
 - Hexadecimal (base 16)
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
 - Usado para “abreviar” número binários (quatro dígitos binários correspondem a um dígito hexadecimal)

- No nível mais básico, os computadores modernos lidam apenas com o sistema binário
 - Todos dados armazenados e processados são descritos por uma sequência de dígitos binários

Conversão de base

- Decimal para outra base
 - Método das divisões sucessivas
 - Exemplo da conversão de 23 na base decimal para binário

Número	Divisor	Resultado	Resto
23	2	11	1
11	2	5	1
5	2	2	1
2	2	1	0
1	2	0	1

- Ajuntando os restos de “baixo para cima” obtemos 10111
- Portanto $23_{10} = 10111_2$

- Outra base para decimal
 - Soma dos valores correspondente a cada dígito
 - Exemplo da conversão de 10111 em binário para decimal

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & & 0 & & 1 & & 1 & & 1 \\ \times & & \times & & \times & & \times & & \times \\ 2^4 & & 2^3 & & 2^2 & & 2^1 & & 2^0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 16 & + & 0 & + & 4 & + & 2 & + & 1 & = & 23 \end{array}$$

- Portanto $10111_2 = 23_{10}$

Unidades de medidas de informação

- Um *bit* (dígito binário) é a unidade básica de informação usada na computação
 - Pode armazenar um de dois valores distintos (0 ou 1)
- Um *byte* é uma sequência de 8 bits
 - Pode armazenar um de $2^8 = 256$ valores distintos

Múltiplos (sistema internacional)

Nome	Símbolo	Múltiplo	Quantidade
bit	b	10^0	1
kilobit	kb	10^3	1.000
megabit	Mb	10^6	1.000.000
gigabit	Gb	10^9	1.000.000.000

Nome	Símbolo	Múltiplo	Quantidade
byte	B	10^0	1
kilobyte	kB	10^3	1.000
megabyte	MB	10^6	1.000.000
gigabyte	GB	10^9	1.000.000.000

Múltiplos (JEDEC / IEC)

Nome	Símbolo	Múltiplo	Quantidade
bit	b	2^0	1
kilobit/kibibit	kib	2^{10}	1.024
megabit/mebibit	Mib	2^{20}	1.048.576
gigabit/gibibit	Gib	2^{30}	1.073.741.824

Nome	Símbolo	Múltiplo	Quantidade
byte	B	2^0	1
kilobyte/kibibyte	kiB	2^{10}	1.024
megabyte/mebibyte	MiB	2^{20}	1.048.576
gigabyte/gibibyte	GiB	2^{30}	1.073.741.824

Atividades

1. Por que os computadores usam o sistema de numeração binário?
2. Explique como o computador podem armazenar informações que não são “naturalmente” numéricas (como áudio, vídeo, texto, etc).

3. Converta os seguintes números para decimal:

- 1011001_2
- 161721_8
- $FFA0_{16}$

4. Converta os seguintes números para binário, octal e hexadecimal:

- 1234
- 4321
- 1001

5. Quantos valores distintos é possível representar no sistema decimal com 1, 5 e 10 dígitos?
6. Quantos valores distintos é possível representar no sistema binário com 1, 8, 16, 32 e 64 bits?

Referências

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Notação_posicional
- Vídeo: Sistema binário e representação de dados