

# Acumuladores

## Paradigma de Programação Funcional

Marco A L Barbosa



Este trabalho está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-Compartilhamento 4.0 Internacional.

# Conteúdo

Falta de contexto na recursão

Processos iterativos e recursivos

Recursão em cauda

Projetando funções com acumuladores

Função foldl

foldr vs foldl

Referências

O estudo utilizando apenas este material **não é suficiente** para o entendimento do conteúdo. Recomendamos a leitura das referências no final deste material e a resolução (por parte do aluno) de todos os exercícios indicados.

Falta de contexto na recursão

## Falta de contexto na recursão

- ▶ Não nos preocupamos com o contexto do uso quando criamos funções recursivas
  - ▶ Não importa se é a primeira vez que a função está sendo chamada ou se é a 100
- ▶ Este princípio de independência do contexto facilita a escrita de funções recursivas, mas pode gerar problemas em algumas situações
- ▶ Vamos ver um exemplo

## Exemplo 7.1

Dado uma lista de distâncias relativas entre pontos (começando da origem) em uma linha, defina uma função que calcule a distância absoluta a partir da origem

## Exemplo 7.1

```
;; Lista(Número) -> Lista(Número)
;; Converte uma lista de distâncias relativas para uma lista de
;; distâncias absolutas. O primeiro item da lista representa a
;; distância da origem.
(define relativa->absoluta-tests
  (test-suite
    "relativa->absoluta tests"
    (check-equal? (relativa->absoluta empty) empty)
    (check-equal? (relativa->absoluta (list 50 40 70 30 30))
                  (list 50 90 160 190 220))))
```

## Exemplo 7.1

```
;; Lista(Número) -> Lista(Número)
;; Converte uma lista de distâncias relativas para uma lista de
;; distâncias absolutas. O primeiro item da lista representa a
;; distância da origem.
(define relativा->absoluta-tests
  (test-suite
    "relativा->absoluta tests"
    (check-equal? (relativा->absoluta empty) empty)
    (check-equal? (relativा->absoluta (list 50 40 70 30 30))
                  (list 50 90 160 190 220)))))

(define (relativा->absoluta lst)
  (define (somador n) (λ (x) (+ x n)))
  (cond
    [(empty? lst) empty]
    [else
      (cons (first lst)
            (map (somador (first lst))
                  (relativा->absoluta (rest lst))))]))
```

## Exemplo 7.1

- ▶ Esta função realiza muito trabalho para resolver o problema (tempo de execução de  $\Theta(n^2)$ )
- ▶ Se tivéssemos que resolver este problema manualmente, utilizariamos outro método, o de somar a distância absoluta de um ponto com a distância relativa do próximo
- ▶ Vamos tentar definir uma função mais parecida com este método manual

## Exemplo 7.1

- ▶ Como é uma função que processa uma lista, começamos com o template

```
(define (rel->abs lst)
  (cond
    [(empty? lst) ...]
    [else (... (first lst)
               (rel->abs (rest lst))))]))
```

## Exemplo 7.1

- ▶ Como seria a avaliação de (rel->abs (list 3 2 7))?

## Exemplo 7.1

- ▶ Como seria a avaliação de (rel->abs (list 3 2 7))?

```
(rel->abs (list 3 2 7))
  (cons ... 3 ...
    (converte (list 2 7)))
  (cons ... 3 ...
    (cons ... 2 ...
      (converte (list 7))))
```

- ▶ O primeiro item da lista deve ser 3, e é fácil calcular este item. Mas o segundo item deve ser (+ 3 2) e a segunda chamada de rel->abs não tem como “saber” qual era o valor do primeiro item da lista. Este “conhecimento” foi perdido.

## Exemplo 7.1

- ▶ Vamos acrescentar um parâmetro `acc-dist` que representa a distância acumulada, ou seja, a distância absoluta até o ponto anterior
- ▶ Conforme os números da lista são processados, eles são somados a `acc-dist`
- ▶ O valor inicial de `acc-dist` precisa ser 0, então definimos `rel->abs` como uma função local e fazemos a chamada inicial com `acc-dist` apropriado

## Exemplo 7.1

- ▶ Vamos acrescentar um parâmetro acc-dist que representa a distância acumulada, ou seja, a distância absoluta até o ponto anterior
- ▶ Conforme os números da lista são processados, eles são somados a acc-dist
- ▶ O valor inicial de acc-dist precisa ser 0, então definimos rel->abs como uma função local e fazemos a chamada inicial com acc-dist apropriado

```
(define (relativa->absoluta lst0)
  (define (rel->abs lst acc-dist)
    (cond
      [(empty? lst) empty]
      [else
        (cons (+ (first lst) acc-dist)
              (rel->abs (rest lst)
                         (+ (first lst) acc-dist))))]))
  (rel->abs lst0 0))
```

## Falta de contexto na recursão

- ▶ No exemplo anterior vimos que a falta de contexto tornou uma função mais complicada do que necessária (e também mais lenta)
- ▶ Veremos a seguir um exemplo em que a falta de contexto faz uma função usar mais memória do que é necessário

## Processos iterativos e recursivos

## Processos iterativos e recursivos

- ▶ Considere as seguintes implementações para a função que soma dois números naturais utilizando a função add1 e zero?

```
(define (soma a b)
  (if (zero? b)
      a
      (add1 (soma a (sub1 b)))))
```

```
(define (soma-alt a b)
  (if (zero? b)
      a
      (soma-alt (add1 a) (sub1 b))))
```

- ▶ Qual é o processo gerando quando cada função é avaliada com os parâmetros 4 3?

# Processos iterativos e recursivos

- ▶ Processo gerado pela expressão (soma 4 3)

```
(soma 4 3)
(add1 (soma 4 2))
(add1 (add1 (soma 4 1)))
(add1 (add1 (add1 (soma 4 0))))
(add1 (add1 (add1 4)))
(add1 (add1 5))
(add1 6)
7
```

- ▶ Este processo, caracterizado por uma sequência de operações adiadas é chamado de **processo recursivo**. Tem um padrão de cresce e diminui

## Processos iterativos e recursivos

- ▶ Processo gerado pela expressão (soma-alt 4 3)

(soma-alt 4 3)

(soma-alt 5 2)

(soma-alt 6 1)

(soma-alt 7 0)

7

- ▶ Este processo é chamado de **processo iterativo**. O “espaço” necessário para fazer a substituição não depende do tamanho da entrada
- ▶ Neste exemplo, o valor de a foi usado como um acumulador, que armazena a soma parcial
- ▶ O uso de acumulador neste problema reduziu o uso de memória

Recursão em cauda

## Recursão em cauda

- ▶ Uma **chamada em cauda** é a chamada de uma função que acontece como última operação dentro de uma função
- ▶ Uma **função recursiva em cauda** é aquela em que todas as chamadas recursivas são em cauda
- ▶ A forma de criar processos iterativos em linguagens funcionais é utilizando recursão em cauda
- ▶ Os compiladores/interpretadores de linguagens funcionais otimizam as recursões em cauda de maneira que não é necessário manter a pilha da chamada recursiva, o que torna a recursão tão eficiente quanto um laço em uma linguagem imperativa. Esta técnica é chamada de **eliminação da chamada em cauda**

Projetando funções com acumuladores

# Projetando funções com acumuladores

- ▶ Usar acumuladores é algo que fazemos **depois** que definimos a função e não antes
- ▶ Os princípios para projetar funções com acumuladores são
  - ▶ Identificar que a função beneficiasse ou precisa de um acumulador
    - ▶ Torna a função mais simples
    - ▶ Diminui o tempo de execução
    - ▶ Diminui o consumo de memória
  - ▶ Entender o que o acumulador significa

## Projetando funções com acumuladores

- ▶ Vamos reescrever diversas funções utilizando acumuladores

## Exemplo 7.2

- ▶ Tamanho de uma lista

```
; ; Lista -> Natural
;; Conta a quantidade de elementos de uma lista.
(define tamanho-tests
  (test-suite
    "tamanho tests"
    (check-equal? (tamanho empty) 0)
    (check-equal? (tamanho (list 4)) 1)
    (check-equal? (tamanho (list 4 7)) 2)
    (check-equal? (tamanho (list 4 8 -4)) 3)))

(define (tamanho lst)
  (cond
    [(empty? lst) 0]
    [else (add1 (tamanho (rest lst))))])
```

- ▶ Como o tamanho da resposta não depende do tamanho da entrada, esta função está usando mais memória do que é necessário, portanto ela pode beneficiar-se do uso de acumuladores

## Exemplo 7.2

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva é a quantidade de elementos já “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa esta quantidade

## Exemplo 7.2

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva é a quantidade de elementos já “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa esta quantidade

```
(define (tamanho lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst) (add1 acc))]))
  (iter lst0 0))
```

## Exemplo 7.3

- ▶ Soma dos elementos de uma lista

```
; Lista(Número) -> Número
;; Soma os números de uma lista.
(define soma-tests
  (test-suite
    "soma tests"
    (check-equal? (soma empty) 0)
    (check-equal? (soma (list 3)) 3)
    (check-equal? (soma (list 3 5)) 8)
    (check-equal? (soma (list 3 5 -2)) 6)))

(define (soma lst)
  (cond
    [(empty? lst) 0]
    [else (+ (first lst)
              (soma (rest lst))))])
```

- ▶ Como o tamanho da resposta não depende do tamanho da entrada, esta função está usando mais memória do que é necessário, portanto ela pode beneficiar-se do uso de acumuladores

## Exemplo 7.3

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva é soma dos elementos já “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa esta quantidade

## Exemplo 7.3

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva é soma dos elementos já “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa esta quantidade

```
(define (soma lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst) (+ (first lst) acc))]))
  (iter lst0 0))
```

## Exemplo 7.4

- ▶ Inversão de uma lista

```
;; Lista -> Lista
;; Inverte a ordem dos elementos de lst.
(define inverte-tests
  (test-suite
    "inverte tests"
    (check-equal? (inverte empty) empty)
    (check-equal? (inverte (list 2)) (list 2))
    (check-equal? (inverte (list 2 8 9)) (list 9 8 2))))
```

  

```
(define (inverte lst)
  (cond
    [(empty? lst) empty]
    [else (append (inverte (rest lst))
                  (list (first lst)))]))
```

- ▶ Neste caso a função é mais complicada do que o necessário. Isto porque o resultado da chamada recursiva é processada por outra função recursiva (append). Além disso, o tempo de execução desta função é  $\Theta(n^2)$  (o que intuitivamente é muito para inverter uma lista)

## Exemplo 7.4

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva são os elementos que já foram “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa os elementos já vistos (uma lista)

## Exemplo 7.4

- ▶ O conhecimento que se perde na chamada recursiva são os elementos que já foram “vistos”
- ▶ Vamos criar um acumulador que representa os elementos já vistos (uma lista)

```
(define (inverte lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst)
                  (cons (first lst) acc))]))
  (iter lst0 empty)))
```

Função foldl

## Função foldl

- ▶ Observe a semelhanças das funções tamanho, soma e inverte

```
(define (tamanho lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst) (add1 acc))]))
  (iter lst0 0))

(define (soma lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst) (+ (first lst) acc))]))
  (iter lst0 0))

(define (inverte lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst) (cons (first lst) acc))]))
  (iter lst0 empty))
```

## Função foldl

- ▶ Vamos criar uma função chamada `reduz-acc` que abstrai este comportamento

# Função foldl

- Vamos criar uma função chamada reduz-acc que abstrai este comportamento

```
;; ( $X Y \rightarrow X$ )  $Y$  Lista( $X$ )  $\rightarrow Y$ 
;; (reduz-acc f base (list x1 x2 ... xn) devolve
;; ( $f x_n \dots (f x_2 (f x_1 base))$ )
;; Veja a função pré-definida foldl.
(define (reduz-acc f base lst0)
  (define (iter lst acc)
    (cond
      [(empty? lst) acc]
      [else (iter (rest lst)
                  (f (first lst) acc))]))
  (iter lst0 base))
```

## Função foldl

- ▶ Redefinimos as funções em termos de reduz-acc

```
(define (tamanho lst)
  (define (soma1-no-segundo a b)
    (add1 b))
  (reduz-acc soma1-no-segundo 0 lst))

(define (soma lst)
  (reduz-acc + 0 lst))

(define (inverte lst)
  (reduz-acc cons empty lst))
```

foldr vs foldl

## foldr vs foldl

- ▶ `foldr` e `foldl` produzem o mesmo resultado se a função `f` for associativa
- ▶ Quando possível, utilize a função `foldl`, pois ela pode utilizar menos memória
- ▶ Não tenha receio de utilizar a função `foldr`, muitas funções ficam mais complicadas, ou não podem ser escritas em termos de `foldl`, como por exemplo, `map` e `filter`

## Referências

## Referências

- ▶ Seções 30 e 31 do livro HTDP
- ▶ Seção 1.2 do livro SICP